

# Exercices logiques

11 septembre 2023

**Exercice 1** – Les énoncés suivants sont-ils des assertions ? Si oui, pouvez-vous déterminer si elles sont vraies ou fausses ? Justifiez !

- (i) Si un nombre est divisible par 6, alors il est divisible par 2 et 3.
- (ii) Tous les nombres réels possèdent une racine carrée.
- (iii) Tous les réels non-négatifs ont une racine carrée.
- (iv) Tous les réels non-négatifs ont une racine irrationnelle.
- (v) Tous les réels non-négatifs n'ont pas une racine irrationnelle.
- (vi) Aucun réel non-négatif n'a de racine irrationnelle
- (vii)  $\neg(\text{iv}) \iff (\text{vi})$
- (viii)  $\neg(\text{vi}) \iff (\text{v})$
- (ix) Les personnes s'exerçant plus en math ont de meilleures notes
- (x)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$  pour  $a, b, c, d$  des nombres réels quelconques
- (xi) Si  $b, d \neq 0$ , alors  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$
- (xii) Toutes les expressions de la forme  $\sqrt[n]{x} = y$  ne sont pas équivalentes à  $x = y^n$  pour  $n$  un entier positif et  $x, y$  des nombres réels quelconques.
- (xiii) S'il existe un nombre qui est le plus petit réel positif, alors il en existe un autre qui est le plus grand réel positif. (difficile)

**Exercice 2** – Ecrire la négation des assertions (ii), (iii), (vi) et (xii). Sont-elles vraies ?

**Exercice 3** – Ecrire la réciproque des assertions (i), (xi) et (xiii). Sont-elles vraies ?